



看这
呢！让
点吧！

很像奔驰的车标
一起学习一下它的特
点吧！

这个图形看上去很有意思，但求内部的角度怎么就没有意思呢？



模型讲解

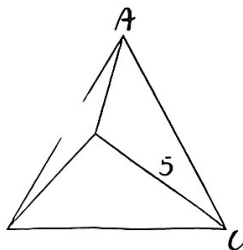


名师有话说

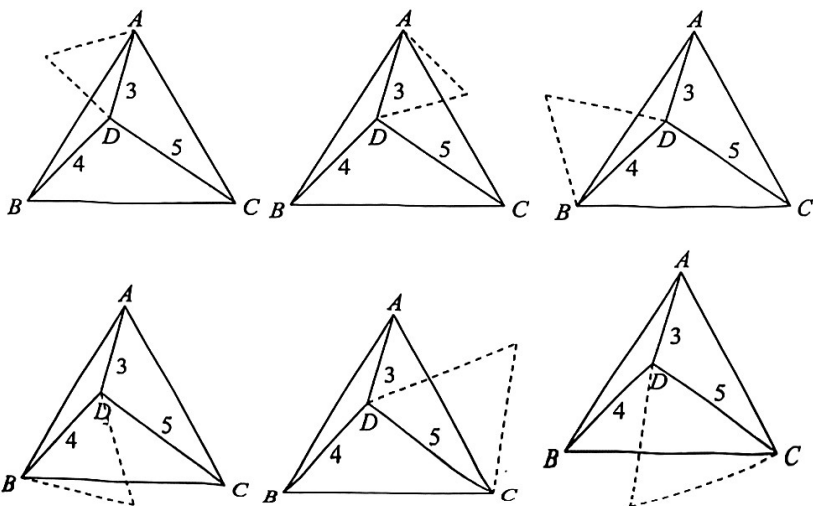
更多精彩内容
请扫码观看



【结论】如图所示，在等边 $\triangle ABC$ 中， $DA=3$ ， $DB=4$ ， $DC=5$ ，则 $\angle ADB=150^\circ$ 。



【思路】解决本题的关键是利用几何变换让线段动起来，可以分别以 DA, DB, DC 中的任意一条边沿任何方向作等边三角形，因此本题有 6 种作辅助线的方法。

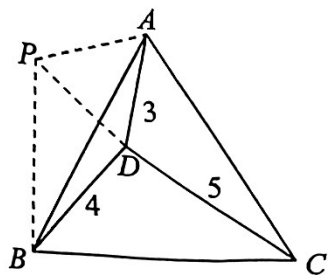


【证明】如图，将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AP ，则 $\triangle APD$ 是等边三角形，连接 PB 。



名师点拨

奔驰模型求角度和面积，都是通过构造等边三角形手拉手全等来实现的。



$\because \triangle ABC, \triangle APD$ 为等边三角形,
 $\therefore \angle BAC = \angle PAD = 60^\circ, AB = AC$.
 $\because \angle PAB = \angle PAD - \angle BAD, \angle DAC = \angle BAC - \angle BAD$,
 $\therefore \angle PAB = \angle DAC$.
 在 $\triangle PAB$ 和 $\triangle DAC$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle PAB = \angle DAC, \\ AP = AD, \end{cases}$$
 $\therefore \triangle PAB \cong \triangle DAC (SAS)$,
 $\therefore PB = DC = 5$.

等边三角
形手拉手
模型

在 $\triangle BDP$ 中, $PB^2 = 5^2 = 25, PD^2 = 3^2 = 9$,
 $BD^2 = 4^2 = 16$,
 $\therefore PD^2 + BD^2 = PB^2$,
 $\therefore \triangle BDP$ 为直角三角形, $\angle BDP = 90^\circ$.

勾股定理
的逆定理

$\therefore \angle ADB = \angle ADP + \angle BDP = 150^\circ$.

经典结论

等边 $\triangle ABC$ 面积的求法

如图, 过点 B 作 $BQ \perp AD$, 交 AD 的延长线于点 Q .

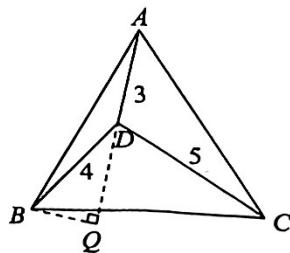
在 $\text{Rt} \triangle BQD$ 中, $\angle BDQ = 30^\circ$,
 $BD = 4$,

$\therefore BQ = 2, DQ = 2\sqrt{3}$.

在 $\text{Rt} \triangle ABQ$ 中, 由勾股定理得
 $AB^2 = AQ^2 + BQ^2$,

$\therefore AB^2 = (3 + 2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 25 + 12\sqrt{3}$.

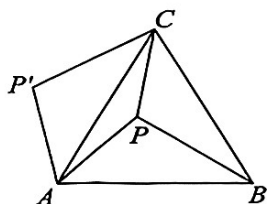
$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{25\sqrt{3} + 36}{4}$.



典例秒杀

典例1 ☆☆☆☆☆

如图, P 是等边 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $PA=6, PC=8, PB=10$. 若 $\triangle APB$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 后, 得到 $\triangle AP'C$, 则 $\angle APC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

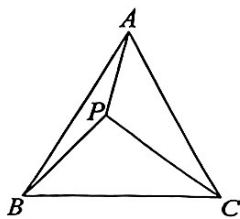


【答案】150

【解析】该题为奔驰模型, 故由结论可知, $\angle APC = 150^\circ$.

典例2 ☆☆☆☆☆

如图, P 为等边三角形 ABC 内一点, 且 P 到三个顶点 A, B, C 的距离分别为 3, 4, 5, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ().



A. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$

B. $9 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$

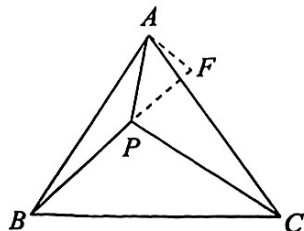
C. $18 + 25\sqrt{3}$

D. $18 + \frac{25\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

【解析】该题为奔驰模型.

过 A 点作 $AF \perp BP$ 交 BP 的延长线于 F , 由奔驰模型的结论可知 $\angle APB = 150^\circ$, 故 $\angle APF = 30^\circ$.



在 $\text{Rt}\triangle APF$ 中, $AF = \frac{1}{2}AP = \frac{3}{2}$, $PF = \frac{\sqrt{3}}{2}AP = \frac{3}{2}\sqrt{3}$.

用模型结论就可以轻松解决啦!



名师点拨

图形旋转的尺规作图方法: 连(已知点和旋转中心) $\Rightarrow$ 定(旋转方向) $\Rightarrow$ 量(旋转角度) $\Rightarrow$ 截(等于已知点和旋转中心的距离) $\Rightarrow$ 画(画出旋转图形).

可以用补充结论试试哦!



在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AB^2 = BF^2 + AF^2 = \left(4 + \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 25 + 12\sqrt{3}$.

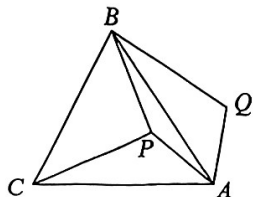
$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积是 $\frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (25 + 12\sqrt{3}) = 9 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

故选 A.

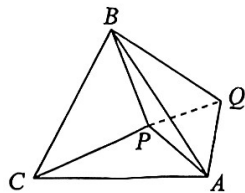
典例3 ☆☆☆☆☆

如图, P 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 AQ , 连接 BQ . 若 $PA=6$, $PB=8$, $PC=10$, 则四边形 $APBQ$ 的面积为 _____.



【答案】 $24 + 9\sqrt{3}$

【解析】此图形为奔驰模型. 如图, 连接 PQ ,



由图可知 $S_{\text{四边形}APBQ} = S_{\triangle APQ} + S_{\triangle BPQ}$,

由奔驰模型的结论可知 $\angle BPQ = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$,

$$\therefore S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2} BP \cdot PQ.$$

$$\therefore S_{\triangle APQ} = \frac{\sqrt{3}}{4} AP^2,$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\text{四边形}APBQ} &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \\ &= 24 + 9\sqrt{3}. \end{aligned}$$



名师点拨

求解不规则图形面积时, 可对图形进行合理拆分, 分别求解.

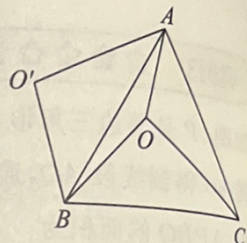


我的笔记

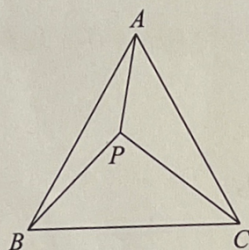
小试牛刀

1. (★★★☆☆) 如图, O 是正 $\triangle ABC$ 内一点, $OA=3$, $OB=4$, $OC=5$, 将线段 BO 以点 B 为旋转中心逆时针旋转 60° 得到线段 BO' , 有下列结论: ① $\triangle BO'A$ 可以由 $\triangle BOC$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到; ② 点 O 与 O' 的距离为 4; ③ $\angle AOB=150^\circ$; ④ $S_{\text{四边形}AOBO'}=6+3\sqrt{3}$; ⑤ $S_{\triangle AOC}+S_{\triangle AOB}=6+\frac{9}{4}\sqrt{3}$. 其中正确的结论是().

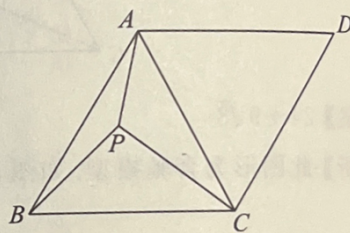
- A. ①②③⑤
B. ①②③④
C. ①②③④⑤
D. ①②③



2. (★★★☆☆) 如图, 点 P 是等边三角形 ABC 内部一点, 且 $PA=2$, $PB=2\sqrt{3}$, $PC=4$, 则 $\angle APC$ 是 _____ 度.



(第2题图)

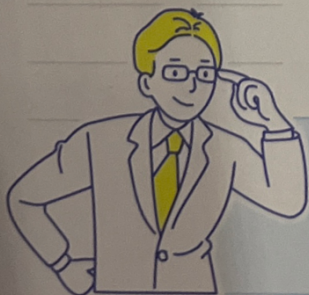
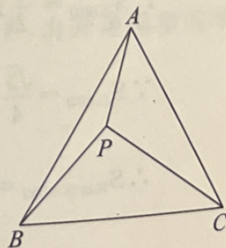


(第3题图)

3. (★★★☆☆) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, 对角线 AC 平分 $\angle BAD$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 PA , PB , PC . 若 $PA=6$, $PB=8$, $PC=10$, 则菱形 $ABCD$ 的面积等于 _____.

直击中考

1. (2019 四川巴中中考真题) 如图, 等边三角形 ABC 内有一点 P , 分别连接 AP , BP , CP . 若 $AP=6$, $BP=8$, $CP=10$, 则 $S_{\triangle ABP}+S_{\triangle BPC}=$ _____.



旋转是中考必考题型, 奔驰模型是非常经典的一类题型, 且近几年中考中经常出现. 我们不仅要掌握这类题型, 提升利用旋转解决问题的能力, 更重要的是要明白一点: 旋转的本质是把分散的件集中化, 从而解决问题.